



جمهوری اسلامی ایران  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ساعت امتحان: ۹ صبح  
وقت امتحان: ۱۱۵ دقیقه  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱۶  
تعداد برگ سؤال: ۱ برگ

ش سندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف (دوره ی دوم) نوبت امتحانی: دی ماه  
نام و نام خانوادگی: نام پدر: پایه: دهم رشته: ریاضی-تجربی  
سؤال امتحان درس: ریاضی نام دبیر: جناب آقای باغ شیخی سال تحصیلی: ۹۶-۹۷

۱- جملات درست و نادرست را معین کنید:

الف) هر زیر مجموعه از مجموعه ای نامتناهی، نامتناهی است.

ب) اجتماع یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.

ج) اگر مجموعه ای یک زیر مجموعه نامتناهی داشته باشد، نامتناهی است.

د) تفاضل دو مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.

۲- اگر  $[-\infty, 2 - \frac{m-1}{3}] \cap [m-3, +\infty)$  یک مجموعه تک عضوی باشد،  $m$  را بدست آورید.

۳- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $A = 90^\circ$ ) بین اضلاع رابطه  $4a = 5b$  برقرار است. ثابت کنید، اضلاع این مثلث تشکیل تصاعد حسابی می دهند.

۴- در دنباله ای هندسی  $a_4 = 4a_6$  و  $a_6 = 1152$  جمله اول این دنباله را بدست آورید.

۵- جملات اول، سوم و نهم یک تصاعد حسابی به ترتیب جملات متوالی یک تصاعد هندسی هستند، قدر نسبت تصاعد هندسی را بدست آورید.

۶- یک برج از نقطه های  $A, B$  که در فاصله ۲۷ متری از یکدیگر و در یک طرف برج قرار دارند، با زاویه های  $30^\circ$  و  $45^\circ$  درجه دیده می شود، ارتفاع این برج را بدست آورید.

۷- جهت نامساوی های زیر را تعیین کنید:

الف)  $\sin 15^\circ ? \cos 15^\circ$  ب)  $\cos 130^\circ ? \cos 100^\circ$

۸- اگر  $-\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{6}$  و  $\cos 2\alpha = 2m - 1$  باشد، محدوده تغییرات  $m$  را بدست آورید.

۹- اتحاد های مثلثاتی زیر را ثابت کنید:

الف)  $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$

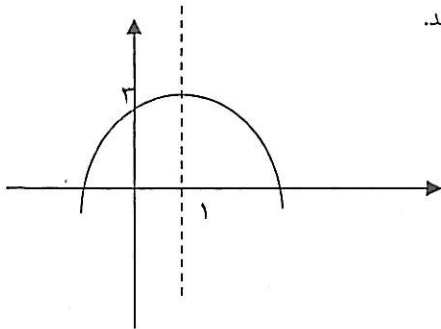
ب)  $\frac{1+\cos x}{1-\cos x} - \frac{1-\cos x}{1+\cos x} = \frac{4 \cot x}{\sin x}$

۱۰- با توجه به عبارات زیر رابطه ای مستقل از  $x$  بین  $a, b$  بدست آورید:

$$\begin{cases} \sin x + \cos x = a \\ \sin^3 x + \cos^3 x = b \end{cases}$$

۱۱- از تساوی زیر علامت  $x, y, z$  را بدست آورید:

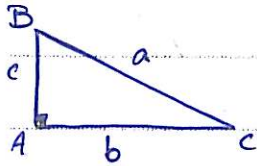
$$\sqrt{\frac{xy^4}{z^2}} = -\frac{y^4}{z}\sqrt{x}, \quad \sqrt{-yx} = 2$$

۱۲- حاصل  $\sqrt[4]{11+4\sqrt{7}} \times \sqrt{\sqrt{7}-2}$  را بدست آورید.۱۳- حاصل عبارت  $\frac{1-a^6}{\left(\frac{1}{a}-a\right)\left(\frac{1}{a^3}+a^2+1\right)}$  را به ازای  $a = \sqrt[4]{2}$  بدست آورید.۱۴- اگر  $a^2 - a - 1 = 0$  باشد، حاصل  $\frac{a^4-2}{a^3-1}$  را بدست آورید.۱۵- اگر  $x = m$  یک جواب معادله  $2x^2 - mx + 2m - 3 = 0$  باشد، جواب دیگر معادله را بدست آورید.۱۶- نمودار تابع  $y = -2x^2 + bx + c$  شکل روبرو است. بیشترین مقدار این تابع را بدست آورید.

بارم

۱- الف) ع ۱ ص ۱۲ ص ۱۲ ص ۱۲ ص ۱۲

۲-  $m-۳=۲- \frac{m-1}{۳} \rightarrow m+ \frac{m-1}{۳} = ۵ \rightarrow ۳m-1 = ۱۵ \rightarrow ۳m=۱۶ \rightarrow m=۴$



۳-  $۳a = ۵b \rightarrow a = \frac{۵}{۳}b$

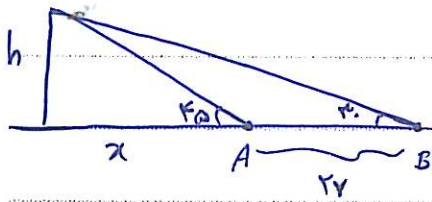
$b^2 + c^2 = a^2 \rightarrow c^2 = \frac{۲۵}{۱۶}b^2 - b^2 = \frac{9}{۱۶}b^2 \rightarrow c = \frac{۳}{۴}b$

$\rightarrow \frac{۳}{۴}b, b, \frac{۵}{۴}b \rightarrow \frac{b}{۴}$  تصاعد حسابی با نسبت  $\frac{۳}{۴}$

۴-  $a_۴ = ۳a_۳ \rightarrow \frac{a_۴}{a_۳} = r = ۳ \rightarrow r = \pm ۳$

$a_۳ \cdot a_۴ = a_1 \cdot r^2 = ۱۱۵۲$    
 $\rightarrow a_1 = \frac{۱۱۵۲}{۱۲۸} = 9 \rightarrow a_1 = \pm ۳$    
 $\rightarrow a_1 = \frac{۱۱۵۲}{-۱۲۸} = -9 \cdot x$

۵-  $a_1, a_۳, a_۴$    
 $a, ar, ar^2 \rightarrow a_۳ - a_1 = ۲d = ar - a = a(r-1) \rightarrow \frac{۴d}{۲d} = \frac{dr(r-1)}{d(r-1)} \Rightarrow \frac{۳}{۳} = r$    
 $a_۴ - a_۳ = ۴d = ar^2 - ar = ar(r-1)$



۶-  $\tan ۴۵^\circ = \frac{h}{x} = 1$    
 $\tan ۳۰^\circ = \frac{h}{x+۲v} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$    
 $\rightarrow \frac{x+۲v}{x} = \frac{1}{\frac{\sqrt{۳}}{۳}} = \sqrt{۳}$

$\rightarrow x+۲v = \sqrt{۳}x \rightarrow ۲v = (\sqrt{۳}-1)x \rightarrow x = \frac{۲v}{\sqrt{۳}-1} = \frac{۲v(\sqrt{۳}+1)}{۲} = h$

$\cos ۱۰^\circ > \cos ۱۳^\circ$

$\sin ۱۵^\circ < \cos ۱۵^\circ$

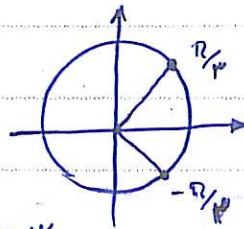
نمبره ورقه :	نمبره تجدید نظر (به عدد) :	به حروف :	به حروف :
نام/نام خانوادگی دبیر :	نام/نام خانوادگی دبیر :	تاریخ/امضاء :	تاریخ/امضاء :

جمع کل

موفق باشید

بارم

$$-\frac{\pi}{p} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{p} \rightarrow -\frac{R}{p} \leq r\alpha \leq \frac{R}{p}$$



$$\rightarrow \frac{1}{p} \leq \cos r\alpha \leq 1 \rightarrow \frac{1}{p} \leq r^{m-1} \leq 1 \rightarrow \frac{p}{r} \leq r^m \leq r$$

$$\rightarrow \frac{p}{r} \leq m \leq 1$$

$$\sin^p x + \cos^p x = (\sin^p x + \cos^p x) (\sin^p x + \cos^p x - \sin^p x \cos^p x) = (1) ((\sin^p x + \cos^p x)^p - \sin^p x \cos^p x - \sin^p x \cos^p x) \quad (9 \text{ اف})$$

$$= 1 - 2 \sin^p x \cos^p x$$

$$\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} - \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{(1 + \cos x)^p - (1 - \cos x)^p}{1 - \cos^2 x} = \frac{1 + \cos^p x + p \cos^{p-1} x - 1 - \cos^p x + p \cos^{p-1} x}{\sin^2 x} \quad (-)$$

$$= \frac{p \cos x}{\sin^2 x} = \frac{p \cos x}{\sin x \times \sin x} = p \frac{\cot x}{\sin x}$$

$$\begin{cases} \sin x + \cos x = a \rightarrow \sin^p x + \cos^p x + p \sin x \cos x = a^p \rightarrow \sin x \cos x = \frac{a^p - 1}{p} \\ \sin^p x + \cos^p x = b \rightarrow (\sin x + \cos x) (\sin^p x + \cos^p x - \sin x \cos x) = b \end{cases} \quad 1-$$

$$\rightarrow a \times (1 - \frac{a^p - 1}{p}) = b \rightarrow a - \frac{a^p - a}{p} = b \rightarrow \frac{p a - a^p + a}{p} = b$$

$$\sqrt{x} \rightarrow x \text{ مثبت} \quad \sqrt{-yx} \rightarrow -yx \geq 0 \rightarrow x \geq 0, y < 0 \quad 11-$$

$$\sqrt{\frac{xy^p}{z^p}} = \left| \frac{y^p}{z} \right| \sqrt{x} = -\frac{y^p}{z} \sqrt{x} \rightarrow z < 0 \rightarrow x \text{ مثبت و } y, z \text{ منفر}$$

$$\sqrt[4]{11 + 4\sqrt{V}} \times \sqrt{\sqrt{V} - 2} = \sqrt{(\sqrt{V} + 2)^2} \times \sqrt{\sqrt{V} - 2} = \sqrt{V + 2} \times \sqrt{\sqrt{V} - 2} = \sqrt{V - 4} = \sqrt{3} \quad 12-$$

نمره ورقه:	نمره تجدید نظر (به عدد):	به حروف:	نمره ورقه:
نام/نام خانوادگی دبیر:	نام/نام خانوادگی دبیر:	تاریخ/امضاء:	تاریخ/امضاء:

جمع کل

موفق باشید

بارم

$$\frac{1-a^4}{a^4 - a^2} = \frac{1-a^2}{a^2} = a^2 = (\sqrt{2})^2 = \sqrt{2} \quad - 13$$

$$a^2 - a - 1 = 0 \rightarrow a^2 = a + 1 \xrightarrow{\times a} a^3 = a^2 + a = (a+1) + a = 2a + 1$$

$$\xrightarrow{\times a} a^4 = 2a^2 + a = 2(a+1) + a = 3a + 2 \rightarrow \frac{a^4 - 2}{a^2 - 1} = \frac{3a + 2 - 2}{2a + 1 - 1} = \frac{3a}{2a} = \frac{3}{2}$$

$$x = m \rightarrow 2m^2 - m^3 + 2m - 3 = 0 \rightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \rightarrow (m-1)(m+3) = 0 \rightarrow m = 1, -3 \quad - 14$$

$$m=1 \rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1, -\frac{1}{2}$$

$$m=-3 \rightarrow 2x^2 + 3x - 9 = 0 \rightarrow (2x-3)(x+3) = 0 \rightarrow x = -3, \frac{3}{2}$$

$$x=1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{-4} \rightarrow b = 4 \quad - 15$$

$$\rightarrow y = -2x^2 + 4x + 3 \quad S = \left( \frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right)$$

$$(0, 3) \rightarrow 3 = 0 + 0 + c \rightarrow c = 3$$

$$S = (1, 5)$$

$$5 = y_5 = \text{نقطهٔ استرا} \leftarrow$$

نمره ورقه :	به حروف :	نمره تجدید نظر (به عدد) :	به حروف :
نام/نام خانوادگی دبیر :	تاریخ / امضاء :	نام/نام خانوادگی دبیر :	تاریخ / امضاء :

جمع کل

موفق باشید